제 2교시

수학 영역

5지선다형

1. $\left(8^{-\frac{7}{6}} \times \sqrt{2}\right)^{-\frac{4}{3}}$의 값은? [2점]

① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 32

2. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가

$$\lim_{x \to -1}(|f(2x+1)-4|+3)=2f(-1)+1$$

을 만족시킬 때, $f(-1)$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 숫자 0, 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 네 자리의 자연수 중 숫자 0이 정확히 한 번 나타나는 짝수의 개수는? [2점]

① 96 ② 112 ③ 128 ④ 144 ⑤ 160

4. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

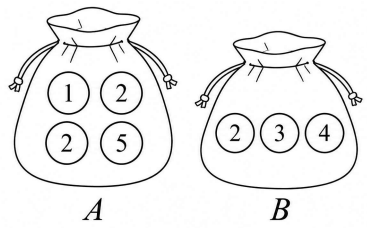
$$4(a_2+a_6)=17a_4, \quad a_3-a_1=6$$

일 때, a_5의 값은? [3점]

① 32 ② 40 ③ 48 ④ 56 ⑤ 64

본 시험지의 저작권은 유노바에 귀속되며, 무단 복제 및 배포를 금합니다.

29. 두 주머니 A, B에는 그림과 같이 수가 적힌 공이 들어 있다. 앞면과 뒷면이 나올 확률이 같은 동전을 한 번 던진다. 그림에서 동전의 결과에 해당하는 화살표를 따라, 출발하는 주머니의 공 중 임의로 한 개를 꺼내어 도착하는 주머니에 넣는다.



앞면 $A \longrightarrow B$

뒷면 $B \longrightarrow A$

이어서 공을 받은 주머니에서 임의로 두 개의 공을 동시에 꺼낸다. 두 공에 적힌 수의 합은 홀수이고, 두 수 중 큰 수는 앞서 옮긴 공에 적힌 수보다 크다. 이때 꺼낸 두 공 중 하나가 앞서 옮긴 공일 확률은 $\frac{q}{p}$이다.

$p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) 〔4점〕

30. 두 실수 a, b에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases} 8\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{6}(x+a+b)}-a & (x\le 0) \\ 6\log_{\frac{3}{2}}\frac{x}{8}-b & (x>0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, a^2+b^2의 값을 구하시오. 〔4점〕

(가) $x\le 0$일 때, 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x$가 서로 다른 두 점에서만 만난다.

(나) 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x$가 만나는 모든 점의 x좌표의 집합이 $\{0,a,b,c\}$이고,

$$|b|+|c|=3||b|-|c||$$

이다.

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

본 시험지의 저작권은 유노바에 귀속되며, 무단 복제 및 배포를 금합니다.

2028학년도 대학수학능력시험 대비 제1회 모의고사

수학 영역

문제 해설

01

출제파트 거듭제곱과 지수법칙

문제해설

$8=2^3$이므로 괄호 안은 $2^{-7/2}\times 2^{1/2}=2^{-3}$이다.
따라서 주어진 식은 $(2^{-3})^{-4/3}=2^4=16$이다.

| 난이도 | 3/10 | 정답 | ④

02

출제파트 함수의 극한과 연속

문제해설

$f(-1)=u$라 하면 연속성에 의해 $|u-4|+3=2u+1$이다.
$u\geq 4$이면 $u=-2$가 되어 조건에 어긋난다. $u<4$이면 $7-u=2u+1$이므로 $u=2$이고 이 값은 조건을 만족시킨다.

| 난이도 | 4/10 | 정답 | ②

03

출제파트 중복순열과 경우의 수

문제해설

일의 자리 숫자가 0이면 나머지 세 자리에는 각각 1, 2, 3, 4 중 하나가 올 수 있으므로 $4^3=64$개이다.
일의 자리 숫자가 2 또는 4이면 0은 백의 자리와 십의 자리 중 한 곳에 온다.
나머지 두 자리는 각각 4가지이므로 $2\times 2\times 4^2=64$개이다.
두 경우의 합은 128이다.

| 난이도 | 4/10 | 정답 | ③

04

출제파트 등비수열

문제해설

공비를 r라 하면 $r>0$이고 첫 번째 조건을 a_2로 나누어

$4(1+r^4)=17r^2$을 얻는다.
따라서 $(4r^2-1)(r^2-4)=0$이다.

$a_3-a_1=a_1(r^2-1)>0$이므로 $r^2=4$이다. $3a_1=6$에서 $a_1=2$이므로

$a_5=a_1r^4=32$이다.

| 난이도 | 4/10 | 정답 | ①

05

출제파트 다항함수의 미분

문제해설

$f(1)=a-1$, $f(-1)=3a+3$이므로 $a-1=3a+3$에서 $a=-2$이다.
곱의 미분법에 의하여 $f'(x)=(2x-2)(2x-1)+2(x^2-2x-2)$이다.

따라서 $f'(-1)=12+2=14$이다.

| 난이도 | 4/10 | 정답 | ⑤

06

출제파트 표본비율의 분포

문제해설

모비율은 $p=3/7$이므로 표본비율의 평균은 $3/7$, 표준편차는 $(3/7)/9=1/21$이다.
표본비율의 분산에 대하여 $\frac{(3/7)(4/7)}{n}=\frac{1}{441}$이므로 $n=108$이다.

| 난이도 | 5/10 | 정답 | ④

07

출제파트 호도법과 부채꼴의 넓이

문제해설

호의 길이의 비가 $2:3$이고 차가 π이므로 두 호의 길이는 각각 2π, 3π이다.
공통인 반지름의 길이를 r라 하면 두 호의 길이의 합은 $r\pi=5\pi$이므로 $r=5$이다.

따라서 부채꼴 B의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 5\times 3\pi=\frac{15}{2}\pi$이다.

| 난이도 | 5/10 | 정답 | ②

08

출제파트 다항함수의 정적분

문제해설

$x=-1$을 대입하면 $a=-6$이다.
따라서 $(x+1)f(x)=2x^4-x^3+6x+3=(x+1)(2x^3-3x^2+3x+3)$이다.
이는 다항식의 항등식이므로 $f(x)=2x^3-3x^2+3x+3$이다.
원시함수 $F(x)=x^4/2-x^3+3x^2/2+3x$에 대하여 $F(2)=12$, $F(-1)=0$이므로 정적분은 12이다.

| 난이도 | 5/10 | 정답 | ④

본 시험지의 저작권은 유노바에 귀속되며, 무단 복제 및 배포를 금합니다.

27

출제파트 등비수열의 합과 로그함수

문제해설

그림의 음영은 삼각형 $A_nC_nA_{n+1}$이다.
공차를 d라 하면 $u_{n+1}=2^d u_n$이므로 $R=2^d>1$이다.
두 밑변에 붙은 삼각형은 서로 닮았고, 높이의 비도 $1:R$이다.

따라서 아래 삼각형의 높이는 $\frac{d}{1+R}$이다.

아래 삼각형과 사다리꼴의 넓이는 각각 $\frac{u_n d}{1+R}$, $u_n(1+R)d$이다.

넓이의 비가 $\frac{1}{25}$이므로 $R=4$, $d=2$이다.

아랫변 전체와 꼭짓점 A_{n+1}을 잇는 삼각형에서 아래 삼각형을 빼면

$T_n=u_n d-\frac{u_n d}{1+R}=\frac{8}{5}u_n$이다.

따라서 $u_n=4^{n-1}$이고 $\sum_{n=1}^{5}T_n=\frac{8}{15}(4^5-1)$이다.

그러므로 $30(p+q+r)=30\left(2+\frac{8}{5}+\frac{8}{15}\right)=124$이다.

| 난이도 | 8/10 | 정답 | 124

28

출제파트 함수의 그래프와 극값

문제해설

$x=-k$를 대입하면 $g(-k)=g(k)$이다. $x=k$의 양쪽에서 $|g(x)-g(k)|/(|x|-k)$의 극한은 각각 $-|g'(k)|$, $|g'(k)|$이다.
연속이려면 $g'(k)=0$이다. $x=-k$에서도 분모의 부호가 바뀌므로 같은 이유로 $g'(-k)=0$이다.
$g(x)-g(k)$는 최고차항의 계수가 16인 사차식이고 서로 다른 $k,-k$가 모두 중근이므로 $g(x)-g(k)=16(x^2-k^2)^2$이다. $f(t)$의 삼차항은 $-8t^3$이므로 $g(x)$의 삼차항 계수는 $-32a-64=0$이고 $a=-2$이다.
$w=t(t-4)$라 두면 $f(t)=w(w+3)$이다. $t=2x+2$이면 $w=4x^2-4$이므로 $g(x)=16x^4-20x^2+4$이다.
이차항을 비교하면 $32k^2=20$이다.
실제로 $h(x)=16(|x|-k)(|x|+k)^2$는 두 조건을 만족시킨다.
답은 $-2+20=18$이다.

| 난이도 | 9/10 | 정답 | 18

29

출제파트 조건부확률

문제해설

두 수의 합이 홀수이고 큰 수가 옮긴 공의 수보다 큰 사건을 E, 옮긴 공을 다시 뽑는 사건을 F라 하자.
같은 수가 적힌 공도 각각 한 개의 공으로 센다.
앞면이면 A에서 B로 옮긴다.
옮기는 공의 수가 1,2,2,5일 때 E에 맞는 두 공의 조합 수는 차례로 4,3,3,0이고, 그중 F도 만족하는 조합 수는 2,1,1,0이다.
예를 들어 1을 옮겼으면 홀수와 짝수를 하나씩 뽑는 네 조합이 모두 가능하며, 그중 옮긴 1을 포함하는 조합은 두 개이다.
이 방향에서는 옮길 공과 꺼낼 두 공을 택하는 전체 경우의 수가 $4\times6=24$이다.
뒷면이면 B에서 A로 옮긴다.
옮기는 공의 수가 2,3,4일 때 E에 맞는 조합 수는 각각 3,2,3이고, 그중 F도 만족하는 조합 수는 1,0,1이다.
이 방향에서 전체 경우의 수는 $3\times10=30$이다.
따라서 $P(E)=\frac{1}{2}\left(\frac{10}{24}+\frac{8}{30}\right)=\frac{41}{120}$, $P(E\cap F)=\frac{1}{2}\left(\frac{4}{24}+\frac{2}{30}\right)=\frac{7}{60}$이다.

조건부확률은 $\frac{14}{41}$이므로 $p+q=55$이다.

| 난이도 | 9/10 | 정답 | 55

30

출제파트 지수함수와 로그함수의 그래프

문제해설

$x\le0$인 부분의 교점에서 $t=x+a$로 놓으면 $t=8(3/2)^{(t+b)/6}>0$이고 $6\log_{3/2}(t/8)-b=t$, $t\le a$이다.
이는 양의 부분의 고정점 방정식에 $t\le a$가 붙은 것이다.
로그 그래프는 위로 볼록하여 직선과 최대 두 점에서 만난다.
(가)에 의해 양의 해가 정확히 두 개이며, 이를 $u<v$라 하면 $v\le a$이다.
모든 교점의 x좌표는 $u-a, v-a, u, v$이다. 0을 포함하므로 $a=v$이고, $\{b,c\}=\{u,u-v\}$이다.
(나)의 등식에 의해 두 양수 u와 $v-u$ 중 큰 값은 작은 값의 두 배이다.
따라서 $R=v/u$는 3/2 또는 3이다.
두 양의 고정점 방정식을 빼면 $6\log_{3/2}R=v-u=(R-1)u$이다.
$R=3/2$이면 $u=12, v=18$이고 $b=6\log_{3/2}(12/8)-12=-6$이다.
이때 $c=12$이며 음수 쪽 교점은 $-6,0$이라서 두 조건을 모두 만족한다.
$R=3$이면 $u=3\log_{3/2}3$이므로 $6<u<9$이다.
이때 $b=u$ 또는 $b=-2u$여야 한다. $b=u$이면 $6\log_{3/2}(u/8)=2u$인데, $u/8<9/8<3/2$여서 왼쪽이 6보다 작다. $b=-2u$이면 $u/8=(3/2)^{-u/6}<2/3$인데, $u/8>3/4$여서 역시 불가능하다.
유일한 값은 $18^2+(-6)^2=360$이다.

| 난이도 | 10/10 | 정답 | 360

본 시험지의 저작권은 유노바에 귀속되며, 무단 복제 및 배포를 금합니다.